

## СООТНОШЕНИЯ ПОДОБИЯ (SCALING LAWS) ДЛЯ ПЛАЗМЫ ЭЛЕКТРООТРИЦАТЕЛЬНЫХ ГАЗОВ

А. А. Кудрявцев

*Санкт-Петербургский государственный университет*

*E-mail: [akud@ak2138.spb.edu](mailto:akud@ak2138.spb.edu)*

Повышенный интерес к исследованиям разрядов в электроотрицательных газах связан с их широким использованием в современных плазменных технологиях. Поэтому большое значение для практики приобретают правила подобия (scaling laws), позволяющие быстро оценить характеристики плазмы и прогнозировать их изменение в зависимости от внешних условий.

К настоящему времени установлено, что наличие отрицательно заряженных частиц приводит к ряду существенных особенностей при протекании диффузионных процессов, определяющих профиль концентраций и другие параметры плазмы. Поэтому известные для электроположительной плазмы правила подобия [1] непосредственно не применимы и требуют значительной модификации.

Цель данной работы – получить правила подобия, основанные, по возможности, на максимально простых соотношениях и позволяющие быстро оценить параметры плазмы электроотрицательных газов.

Проверка и тестирование функциональных зависимостей между характеристиками плазмы (scaling laws) проводилась путем сопоставления с полномасштабным численным экспериментом для плазмы положительного столба DC разряда в кислороде в диапазоне давлений (0,05–3) Торр и разрядных токов (5–200) mA в стеклянной трубке диаметром 12 mm. Эти условия соответствуют исследованным в [7, 8], где проведено одно из наиболее детальных, с нашей точки зрения, экспериментальных и теоретических исследований РС кислородного разряда. Симуляция параметров разряда проводилась на коммерческом программном обеспечении, разработанном в CFD Research Corporation, Huntsville, AL, USA [9]. Подробная формулировка самосогласованной модели плазмы разряда, описание итерационной численной схемы и методов решения системы уравнений приведены в [4, 5, 9]. Описание тяжелых частиц проводилось в рамках fluid модели, а параметры электронного газа находились путем полномасштабного решения кинетического уравнения для EDF. Самосогласованное электрическое поле находилось из уравнения Пуассона. В работе использовался тот же, что и в [4, 5] набор объемных плазмохимических процессов. Поэтому здесь мы не будем приводить его полностью. Отметим лишь, что решались уравнения баланса для колебательно-возбужденных состояний молекулы кислорода  $O_2(v)$  ( $v = 0,1$ ), а также для электронно-возбужденных состояний молекулы ( $O_2(X^3\Sigma_g^-)$ ,  $O_2(a^1\Delta)$ ,  $O_2(b^1\Sigma)$ ,  $O_2(Ry)$ ) и атома ( $O(^3P)$ ,  $O(^1S)$ ,  $O(^1D)$ ) кислорода, молекулы озона  $O_3$ , и для ионов ( $O^+$ ,  $O_2^+$ ,  $O_4^+$ ,  $O^-$ ,  $O_2^-$ ,  $O_3^-$ ) с учетом 160 плазмохимических реакций между ними.

По результатам проведенных симуляций на рис. 1 представлены типичные профили ионов для давлений газа  $p = 1$  Торр и на рис. 2, 3 для  $p = 0.15$  Торр. Различие между рис. 2 и рис. 3 связано с учетом (рис. 3) или неучетом (рис. 2) нагрева ионов продольным полем при проведении симуляций. Например, для  $p = 1$  Торр температура  $T_i^+ \approx 760$  K, в то время как для  $p = 0.15$  Торр температура  $T_i^+ \approx 5200$  K. Порядок значений температур ионов в зависимости от параметра ( $p\Lambda$ ) для кислорода можно видеть на рис. 5 из [7].

Из рис. 1–3 видно, что формируется резко неоднородное по сечению пространственное распределение концентраций заряженных частиц. Во внутренней области ионной плазмы (ей придадим индекс «0»; толщина ее  $r = r_0$ ) сосредоточены практически все отрицательные ионы. Внешняя область ( $r_0 < r < R$ ) электрон-ионной плазмы (индекс «1»), состоит из электронов и положительных ионов, а отрицательные ионы в ней практически отсутствуют. Сопоставление профилей рис. 2, 3 показывает, что учет нагрева ионов,

увеличивающий их коэффициент диффузии, драматически влияет на толщину шкурки. Поэтому вопрос о температуре ионов при анализе пространственных профилей заряженных частиц в электроотрицательных газах является одним из принципиальных. [7, 8].

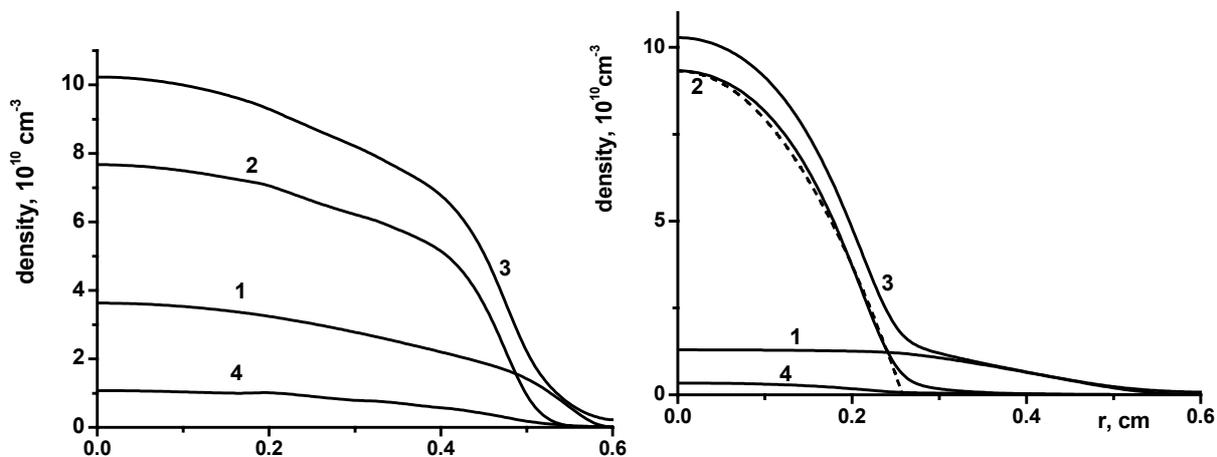


Рис. 1. Пространственные профили заряженных частиц для  $p = 1$  Torr,  $I = 50$  mA.

1 –  $n_e$ , 2 –  $n_n$ , 3 –  $n_p$ , 4 –  $n[O^+]$

Рис. 2. Пространственные профили заряженных частиц для  $p = 0.15$  Torr,  $I = 50$  mA без учета нагрева ионов. 1 –  $n_e$ , 2 –  $n_n$ , 3 –  $n_p$ , 4 –  $n[O^+]$ . Пунктир – параболическое распределение (17)

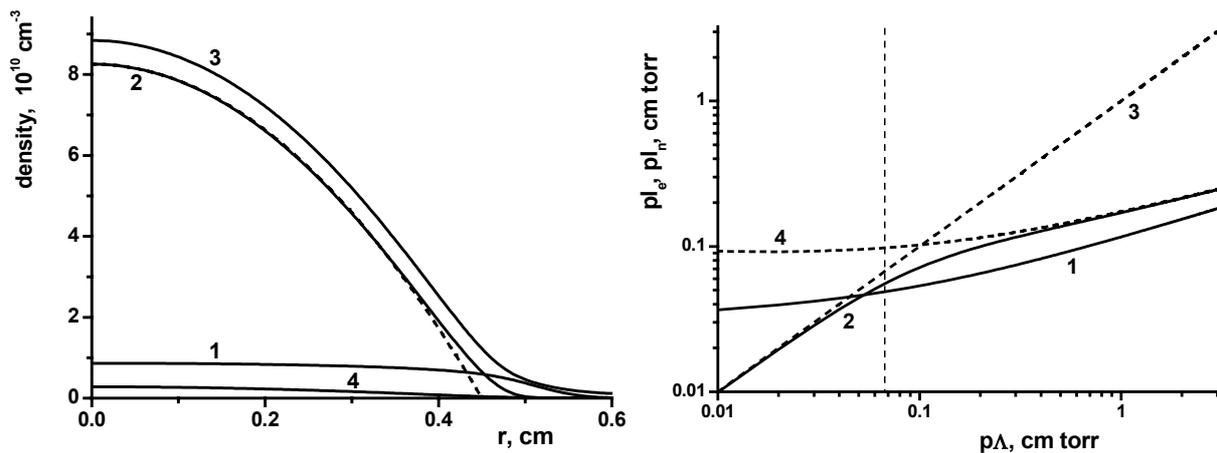


Рис. 3. Пространственные профили заряженных частиц для  $p = 0.15$  Torr,  $I = 50$  mA с учетом нагрева ионов. 1 –  $n_e$ , 2 –  $n_n$ , 3 –  $n_p$ , 4 –  $n[O^+]$ . Пунктир – параболическое распределение (17)

Рис. 4. Зависимости характерных длин  $l_n$  (кривая 1) и  $l_e$  (кривая 2) от параметра  $(pL)$  для хлора. Асимптотики  $l_e$ :  $l_e \approx \Lambda$  пунктир (3) и  $l_e \approx l_n \sqrt{T_e/2T_i}$  пунктир (4)

Основным положительным ионом является  $O_2^+$ , отрицательным –  $O^-$ ; концентрации остальных малы по сравнению с ними. Поэтому для анализа достаточно рассмотреть плазму, состоящую только из электронов (индекс e), положительных (p) и отрицательных (n) ионов.

Для того чтобы объяснить наблюдаемые зависимости и прогнозировать их изменение в зависимости от внешних условий, как и во всех работах [2–6], запишем стандартную систему дрейфово-диффузионных уравнений с бoльцмановским распределением для электронов ( $E = -T_e \nabla n_e / n_e$ ) [2]:

$$-D_p \nabla \cdot (\nabla n_p + k n_p \nabla n_e / n_e) = v_i n_e - K_r n_n n_p \quad (1)$$

$$-D_n \nabla \cdot (\nabla n_n + k n_n \nabla n_e / n_e) = v_a n_e - v_d n_n - K_r n_n n_p \quad (2)$$

$$n_p = n_n + n_e \quad (3)$$

Здесь  $\nu_i$ ,  $\nu_a$ ,  $\nu_d$  – соответственно частоты ионизации, прилипания и отлипания,  $K_r$  – константа ион-ионной рекомбинации,  $k = T_e/T_i$  – отношение температур электронов и ионов.

Граничные условия к системе (1), (2) имеют вид [2]:

$$\nabla n_n = \nabla n_p = 0 \text{ при } r = 0, \quad n_n = n_p = \nabla n_n = 0 \text{ при } r = R. \quad (4)$$

Поскольку поток отрицательных ионов на стенки отсутствует, то для усредненных по сечению концентраций ( $\bar{n}$ ) из (2) имеем [2]:

$$\nu_a \bar{n}_e = \nu_d \bar{n}_n + K_r \bar{n}_n \bar{n}_p. \quad (5)$$

При дальнейшем анализе будем в основном следовать работам [2–6]. Принципиальное значение для анализа решения системы (1), (2) имеет суммарное уравнение, введенное в [2, 6]. Поделив уравнения системы (1), (2) на соответствующие коэффициенты диффузии и сложив их, получим

$$-2\Delta n_n / k - \Delta n_e = n_e / l_e^2 - 2n_n / kl_n^2, \quad (6)$$

Из (6) видны два характерных пространственных масштаба:  $l_e$  и  $l_n$ :

$$1/l_e^2 = 1/l_{\text{ion}}^2 + 1/l_a^2 = \nu_i / D_{\text{ap}} + \nu_a / D_{\text{an}} = \tau_{\text{ap}} \nu_i / \Lambda^2 + \tau_{\text{an}} \nu_a / \Lambda^2, \quad (7)$$

$$1/l_n^2 = 1/l_{\text{nd}}^2 + 1/l_{\text{nr}}^2 = \nu_d / 2D_n + n_p K_r / D_{\text{np}} = \tau_n \nu_d / \Lambda^2 + \tau_{\text{np}} K_r n_p / \Lambda^2. \quad (8)$$

В (7, 8)  $D_{\text{an,ap}} = D_n, p(k+1)$ ;  $D_{\text{np}} = 2D_n D_p / (D_n + D_p)$ , – коэффициенты электрон-ионной и ион-ионной амбиполярной диффузии,  $\tau_j = \Lambda^2 / D_j$  – соответствующие характерные времена, а  $\Lambda$  – диффузионная длина, которая для цилиндра есть  $\Lambda = R/2.4$ . Для примера по результатам проведенных в [5] симуляций на рис. 4 представлены зависимости длин (7), (8) от параметра ( $p\Lambda$ ) для кислорода.

Поскольку амбиполярное поле стремится втянуть отрицательные ионы вглубь плазмы, то во внешней области  $r_0 \leq r \leq R$ , их концентрация мала  $n_n(r) \approx 0$ , так что там  $n_e(r) \approx n_p(r)$ . После пренебрежения здесь членами с  $n_n$  уравнение (6) приобретает простой вид:  $-\Delta n_e = n_e / l_e^2$ . Величина  $l_e$  определяет максимальную толщину шкурки, которая в наших условиях мала по сравнению с радиусом трубки  $R$  (характерной диффузионной длиной  $\Lambda = R/2.4$ ). Расплывание профилей за счет ионной диффузии приводит к уменьшению толщины внешней области  $(R - r_0) \leq l_e$ . Поэтому геометрию внешней области «1» можно считать плоской и для профиля плазмы при  $r_0 \leq r \leq R$ , можно использовать решение [2–6]:

$$n_e(r) = n_e(r_0) \sin(\pi(R - r)/2l_e) / \sin(\pi(R - r_0)/2l_e). \quad (9)$$

Вид распределения концентраций во внутренней области «0» существенно зависит от соотношения между  $R$  и  $l_n$  (8) – между радиусом и расстоянием, на которое отрицательный ион пройдет за счет собственной диффузии за время своей жизни относительно объемных процессов (см. [2–6]). При  $\tau_{\text{an}} \nu_a > 1$ , когда длина  $l_e$  (7) мала ( $l_e < \Lambda$ ), для типич-

ных  $\bar{n}_n / \bar{n}_e < k \approx 100$  толщина  $l_n$  оказывается еще меньше ( $l_n < l_e$ ) и ионной диффузией можно пренебречь. При обратном неравенстве ( $\tau_{an} v_a < 1$ ) электрон-ионная плазма может занимать почти все сечение трубки ( $l_e \geq \Lambda$ ), а длина  $l_n$  может быть как больше, так и меньше размера внутренней ион-ионной области. Поэтому для нахождения функциональных зависимостей во внутренней области целесообразно рассмотреть два предельных случая больших и малых значений параметра  $\tau_{an} v_a$ . Поскольку этот параметр квадратично зависит от давления, то граница  $\tau_{an} v_a = 1$  фиксируется достаточно точно. Для кислорода граничным является значение параметра  $p\Lambda \approx 0.07 \text{ см} \cdot \text{Торг}$  (пунктир на рис. 4), так что  $\tau_{an} v_a > 1$  при  $p\Lambda > 0.07 \text{ см} \cdot \text{Торг}$  и наоборот. Соответственно длина  $l_e$  (7) имеет две асимптотики:  $l_e \approx \Lambda$  при низких давлениях  $p\Lambda < 0.07 \text{ см} \cdot \text{Торг}$  (пунктир (3) на рис. 4) и  $l_e \approx l_n \sqrt{T_e / 2T_i}$  (пунктир (4) на рис. 4) – в обратном случае.

При большом прилипании  $\tau_{an} v_a > 1$ , характерные длины (7), (8), как уже указывалось, малы ( $l_n < l_e < \Lambda$ ) (см. рис. 1). Поскольку толщина  $l_n < l_e$ , то в исходной системе (1), (2) можно пренебречь ионной диффузией, а для толщины шкурки положить  $R - r_0 \approx l_e$ , т. е. знаменатель в (9) здесь равен единице. В рассматриваемом случае в балансе отрицательных ионов (2) их перенос играет малую роль по сравнению с объемными процессами (см. рис. 5), причем пространственный поток ионов практически полностью определяется дрейфовой составляющей. Поэтому при  $n_p \approx n_n > n_e$  поток положительных ионов во внутренней области будет примерно равен по величине потоку отрицательных, но имеет противоположное направление, т. е. [2, 6]

$$\Gamma_n / b_n \approx kn_p \nabla n_e / n_e \approx kn_n \nabla n_e / n_e - \Gamma_p / b_p. \quad (10-a)$$

Поэтому в (6), где эти потоки складываются, в центральной области ион-ионной плазмы они практически полностью компенсируют друг друга. Другими словами, при  $r < r_0$  слагаемые в левой части суммарного уравнения (6), определяемые пространственным переносом, малы по сравнению с объемными процессами в правой части. Поэтому с большой точностью выполняется локальный баланс плазмохимических процессов рождения и гибели ионов:  $n_e / l_e^2 = 2n_n / kl_n^2$ . Раскрывая это равенство, получим для условий  $\tau_{an} v_a > 1$  важное соотношение (см. [2–6])

$$(v_i / D_p + v_a / D_n) n_e = v_d n_n / D_n + K_r n_n (n_n + n_e) / (1 / D_p + 1 / D_n), \quad (11-a)$$

позволяющее найти связь между параметрами центральной области  $r < r_0$ .

В зависимости от режима преимущественной гибели отрицательных ионов (т. е. от соотношения между слагаемыми в правой части (11-a)) реализуются различные связи между концентрациями заряженных частиц. В кислородной плазме при  $\tau_{an} v_a > 1$  отрицательные ионы гибнут за счет отлипания (отлипательный режим,  $v_d > n_p K_r$ ), а их рекомбинацией можно пренебречь. Тогда из (11-a) следует, что профили концентраций электронов и отрицательных ионов подобны

$$\nabla n_e / n_e = \nabla n_n / n_n, \quad n_e(x) / n_n(x) = \text{const}. \quad (11-b)$$

Это условие было предложено в [10] и позднее обосновано в [6, 11–12] при пренебрежении ионной диффузией по сравнению с их дрейфом. Как следует из проведенного анализа, соотношение (11-b) выполняется лишь при  $\tau_{an} v_a > 1$ , поэтому экстраполяция его на об-

ласть более низких давлений [13–15] неправомерна. Выполнение простой закономерности (11-b) для кислорода иллюстрирует рис. 6, на котором представлены нормированные на концентрацию электронов в центре профили рис. 1,  $p = 1$  Торг. Подставляя связь (11) в (1) или (2), имеем, что при заметной электроотрицательности ( $n_n > n_e$ ) концентрации во внутренней области удовлетворяют соотношению

$$n_p(r) \sim n_n(r) \sim n_e(r) \sim J_0(r/l_0). \quad (12-a)$$

Для плоской геометрии функцию Бесселя следует заменить на  $\cos(x/l_0)$ .

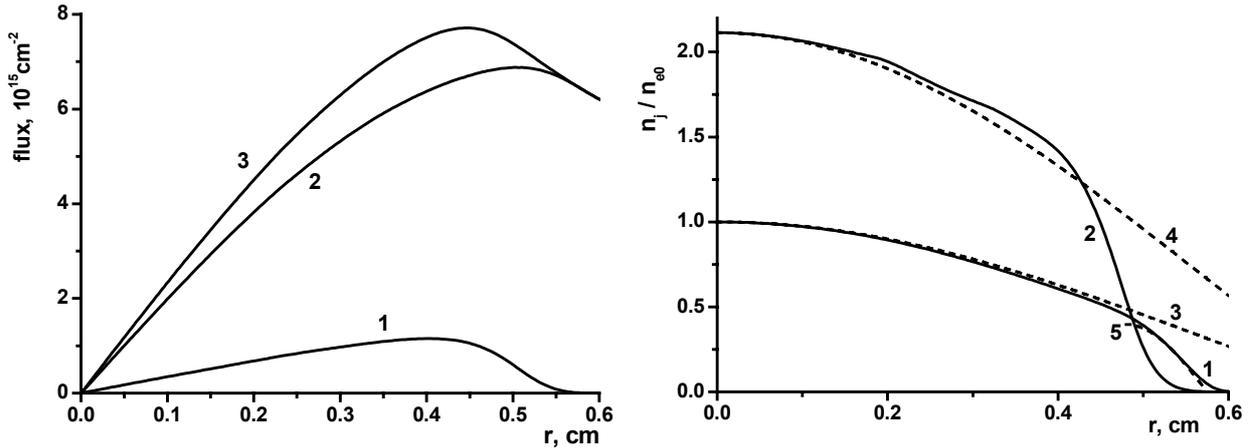


Рис. 5. Соотношение между пространственным переносом и объемными процессами в балансе отрицательных ионов при  $p = 1$  Торг,  $I = 50$  мА. Кривая 1 – пространственный поток отрицательных ионов (со знаком минус), 2 – их суммарное рождение и 3 – гибель

Рис. 6. Нормированные профили концентраций для давления  $p = 1$  Торг,  $I = 50$  мА. Кривые 1 –  $n_e(r)/n_{e0}$ , 2:  $n_n(r)/n_{e0}$ , пунктир 3, 4 – расчет по (13), пунктир 5 – профиль (10) во внешней области

В (12-a) характерная длина [2, 6]

$$l_0^2 = \frac{D_{an}}{v_d} + \frac{v_a D_{ap}}{v_i v_d} \approx \frac{\Lambda^2 \bar{n}_n}{v_i \tau_{ap} \bar{n}_e} > \Lambda^2 \quad (12-b)$$

определяет также и величину амбиполярного поля ( $E(r) = -T_e \nabla n_e / n_e$ ) в центральной зоне ( $r < r_0$ )

$$E^{(0)}(r) \approx -T_e J_1(r/l_0)/l_0 \approx -T_e r/l_0^2. \quad (13-a)$$

Поскольку обычно  $l_0 > \Lambda > l_e$ , то профили во внутренней области (12-a) более пологие, чем во внешней; при их продолжении до стенок они не стремятся к нулю, см. (4). Соответственно поле (13-a) более слабое, чем поле в шкурке ( $r_0 < r < R$ ), для которого из (9) имеем оценку

$$E^{(1)}(r) \approx -\frac{\pi T_e}{2l_e} \operatorname{ctg} \frac{\pi(R-r)}{2l_e} \approx -\frac{\pi^2 T_e}{2l_e^2} (r-r_0). \quad (13-b)$$

Чтобы пояснить предельные случаи более наглядно, перепишем соотношение (10-a) с использованием (1), (2) в виде условия ( $D = (D_n / D_p) \sim 1$ ) [2, 6]:

$$\Gamma_n = v_a \int_{r_0}^R n_e(r) r dr = -\Gamma_p D = D v_i \int_0^{r_0} n_e(r) r dr \quad (10-b)$$

(«сколько прилипает снаружи, столько ионизуется внутри»). В тонкой шкурке за счет прилипания рождается сравнительно небольшой поток отрицательных ионов  $\Gamma_n$ , для транспортировки которого во внутреннюю область, где они гибнут за счет отлипания, достаточно малого поля (13-а). В свою очередь, поскольку при  $\tau_{an} v_a > 1$  электроны во внутренней области гибнут, в основном, за счет прилипания, необходимо обеспечить лишь незначительный вынос положительных ионов во внешнюю область. Другими словами, равенство (10-б) выражает тот факт, что при доминировании локального плазмохимического баланса ионов над их пространственным переносом последний должен компенсировать лишь относительно малую разность между прилипанием и отлипанием отрицательных ионов.

После подстановки  $n_e(r)$  из (9) и (12), из условия (10-б) можно найти частоту ионизации  $\nu_i$ , представляющую собственное число краевой задачи (1), (2) [2]. Простая оценка  $\Gamma_n \approx v_a n_e l_e \approx \Gamma_p \approx \nu_i n_e \Lambda$  дает  $\nu_i \approx v_a l_e / \Lambda \approx \sqrt{v_a / \tau_{an}}$  [2]. Поскольку в рассматриваемом случае  $\tau_{an} v_a > 1$ , то и  $\nu_i \tau_{an} \approx \sqrt{v_a \tau_{an}} > 1$ . Это означает, что частота ионизации превышает значение, даваемое из соотношения Шоттки для простой плазмы ( $\tau_{an} \nu_i = 1$ ) [2–6].

Концентрацию отрицательных ионов в шкурке можно найти из их потока  $\Gamma_n$  (10-б), формируемого там за счет прилипания

$$n_n \approx \Gamma_n / b_n E^{(1)} \approx \frac{8 l_e^2 n_e(r_0)}{\pi^2 D_{an}} \sin^2 \frac{\pi(R-r)}{2l_e} \operatorname{tg} \frac{\pi(R-r)}{2l_e}. \quad (14)$$

Она пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией электронов и положительных ионов

$$n_n \approx \frac{\pi n_e(r_0) v_a}{4 D_{an} l_e} (r-R)^3 \quad (r_0 < r \leq R). \quad (14a)$$

В точке  $r = r_0 \approx R - l_e$  поле  $E^{(1)}$  близко к нулю, а величина потока  $\Gamma_n$  (10-б), обусловленного прилипанием во внешней области, задана и конечна. Поэтому при приближении к точке  $r = r_0$  концентрация отрицательных ионов (14) резко возрастает

$$n_n \approx \frac{8 l_e^3 n_e(r_0) v_a}{\pi^3 D_{an} (r-r_0)} \quad (r \geq r_0 = R - l_e) \quad (14-b)$$

до своего значения во внутренней области, определяемого по (11). При этом переходная зона, разграничивающая области «0» и «1» с разным ионным составом, узка ( $\sim l_n < l_e$ ). Поэтому в [2, 6] она трактовалась как диффузионный скачок, в котором концентрации ионов терпят разрыв, а их потоки и концентрация электронов непрерывны. Выполнение простой закономерности (11) для области  $r < r_0$  в кислороде иллюстрирует рис. 6, на котором представлены нормированные из рис. 1 профили для давления  $p = 1$  Торр. На рис. 6 пунктиром также нанесены расчеты для внутренней области по (12) и для шкурки по (9) с  $R - r_0 \approx l_e$ . При построении зависимости (9) для внешней области учтена толщина слоя  $\delta_{sh}$ , т. е. нулевое значение концентрации электронов выбрано не на стенке трубки, а при  $r = R - \delta_{sh}$ . Видно, что имеет место хорошее соответствие с результатами, полученными при полномасштабном моделировании.

Отметим, что для рекомбинационного ( $v_d < n_p K_r$ ) режима из (10-a), (11-a) для распределения концентраций во внутренней области следует связь  $\nabla n_e / n_e = \nabla n_n / n_n + \nabla n_p / n_p \approx 2\nabla n_n / n_n$ , дающая в отличие от (11-b) более пологое распределение ионов, чем электронов. В этом случае, который реализуется, например, для галогенов, приближенно выполняется условие равенства частот прилипания и ионизации  $v_i \approx v_a$ , что отмечалось в [13–15].

При понижении давления роль пространственного переноса возрастает, так что характерные размеры  $l_e$  и  $l_n$  (7), (8) растут. Из-за увеличения длины  $l_0$  (12-b) профили (12-a) во внутренней области выполаживаются. За счет роста длины  $l_n$  при этом происходит размывание ионной диффузией фронта резкого изменения их концентрации, поэтому переходную область уже нельзя трактовать как скачок. В итоге профили ионов здесь становятся колоколообразными.

При  $l_n \geq \Lambda$  ионы за счет собственной диффузии способны пересечь весь разрядный объем. Чтобы запереть их во внутренней области, для них, так же, как и для электронов, будет иметь место бoльцмановское распределение

$$-T_e \nabla n_e / n_e = -T \nabla n_n / n_n = E. \quad (15)$$

Из (6)–(8) следует (подробнее см. [2–6]), что обычно собственная диффузия отрицательных ионов доминирует ( $l_n > \Lambda$ ) лишь при малой роли прилипания по отношению ко времени амбиполярной диффузии отрицательных ионов (ионной диффузии с электронной температурой), то есть когда  $\tau_{an} v_a \ll 1$ .

Условие (15) дает резко зависящее от отношения температур  $k = T_e / T_i$  соотношение

$$n_e(r) / n_e(0) = [n_n(r) / n_n(0)]^{1/k}, \quad (16)$$

которое совпадает с распределением (11-b) лишь в исключительном случае  $T_e = T_i$ . Выполнение бoльцмановского равновесия электронов и отрицательных ионов при низких давлениях иллюстрирует рис. 8, где результаты симуляций, представленные на рис. 3 для давления  $p = 0.15$  Торг, перестроены в соответствии с (16).

Поскольку в разряде  $k \gg 1$ , то из (16) следует практически плоское распределение концентрации электронов  $n_e(r) \approx n_{e0} \approx \text{const}$ , которое и наблюдается при понижении давления (см. рис. 2, 3). В этом случае в балансе отрицательных ионов (2) перенос играет главную роль (см. рис. 7) (в отличие от рассмотренного выше режима  $\tau_{an} v_a > 1$  (ср. с рис. 5)). Полевой и диффузионный потоки отрицательных ионов при этом примерно равны и направлены противоположно друг другу, так что их малой разности достаточно для компенсации объемных процессов рождения и гибели в каждом месте (см. рис. 7). Плазмохимические процессы определяют лишь глобальный их баланс в центральной области. В уравнении же (1) для положительных ионов  $n_p(x)$  оба члена в левой части также примерно равны друг другу, но складываются, так что при заметной электроотрицательности ( $n_n(0) > n_e(0)$ ) баланс положительных ионов (1) можно записать в виде  $-2D_p \Delta n_n = v_i n_{e0}$ . Это дает параболическое распределение концентраций ионов и плоский профиль  $n_e(r)$  при  $r > r_0$  (см. [16–18])

$$\begin{aligned}
n_n(r) &= n_{n0}(1 - r^2/r_0^2), \\
n_{n0}/n_{e0} &= v_i r_0^2 / 4D_p, \\
n_e(r) &\approx n_{e0} \approx \text{const.}
\end{aligned}
\tag{17}$$

Интересно отметить, что диффузия ионов во внутренней области происходит при этом не с обычным коэффициентом амбиполярной диффузии  $D_p(1+k)$ , а с коэффициентом  $2D_p$  собственной ион-ионной амбиполярной диффузии. Как видно из рис. 2, 3, простая параболическая закономерность (17) для профилей ионов при низких давлениях хорошо соответствует данным полномасштабного моделирования.

Отметим также, что для реализации профилей (17) на практике достаточно лишь выполнения условия  $\tau_{an} v_a < 1$ . При этом механизм объемной гибели отрицательных ионов, определяемый правой частью (2), может быть любой, т. е. как рекомбинационный ( $v_d < K_r n_p$ ), так и отлипательный ( $v_d > K_r n_p$ ).

Во внешней области (шкурке), где отрицательные ионы практически отсутствуют, профиль плазмы меняется согласно (9). В [17–19] положение граничной точки  $r = r_0$  находилось из баланса отрицательных ионов с использованием модельных профилей (17). К сожалению, такая процедура трудоемка и имеет низкую чувствительность. Представляется, что более просто и надежно положение границы можно найти из условия непрерывности потока положительных ионов при  $r = r_0$ :

$$2D_p \frac{n_{n0}}{r_0} = \frac{D_p(1+k)n_{e0}}{l_e \operatorname{tg}((R-r_0)/l_e)} \approx \frac{D_p(1+k)n_{e0}}{R-r_0}.
\tag{18}$$

Представленные на рис. 8 модельные профили электронов (9) с  $r_0$  по (18) хорошо соответствуют данным рис. 3 полномасштабного моделирования.

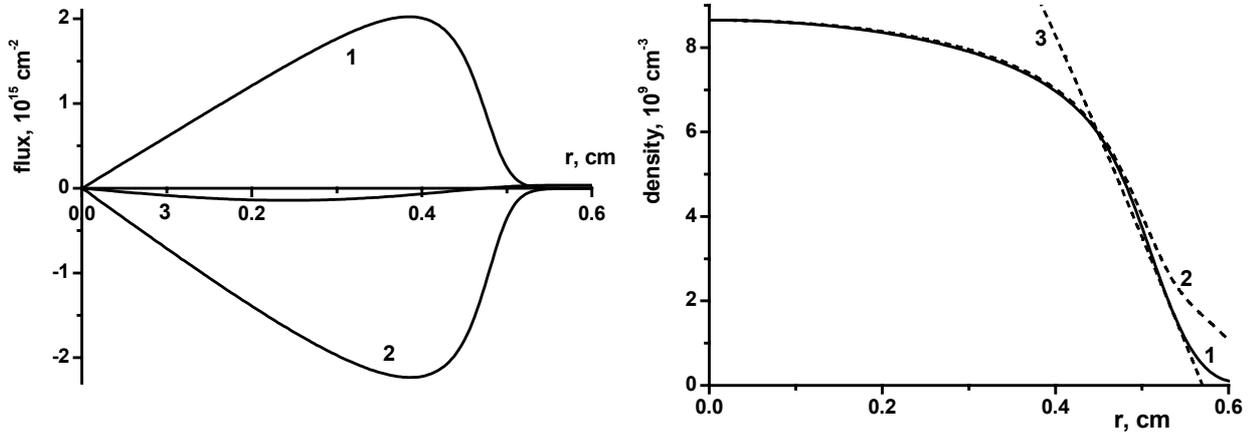


Рис. 7. Соотношение между пространственным переносом и объемными процессами при  $p = 0.15$  Torr,  $I = 50$  mA. Кривая 1 – диффузионная составляющая потока отрицательных ионов, 2 – его дрейфовая составляющая, 3 – результирующий поток рождений и гибели за счет объемных плазмохимических процессов

Рис. 8. Больцмановское равновесие электронов и отрицательных ионов при  $p = 0.15$  Torr,  $I = 50$  mA. Кривая 1 –  $n_e(r)$ , пунктир 2 – зависимость (17)  $n_e(0)[n_n(r)/n_n(0)]^{1/k}$ , пунктир 3 – профиль электронов (9) во внешней области

На основании проведенного анализа можно рекомендовать следующую процедуру приближенного построения профилей концентраций в плазме электроотрицательных га-

зов в отлипательном режиме ( $v_d > K_r n_p$ ).

1) Оценивается величина параметра  $\tau_{an} v_a$ .

2) От стенки следует отступить на толщину слоя объемного заряда  $\delta_{sh}$ , которую можно оценить, например, согласно [2].

3) Во внешней области «1»  $r_0 < r < R$  электрон-ионной плазмы, где  $n_p \approx n_e \gg n_n \approx 0$ , концентрация электронов меняется согласно (9), а отрицательных ионов – согласно (14).

Если  $\tau_{an} v_a > 1$ , то толщина этой области есть  $l_e$  (7), и знаменатель в (9-b) равен единице ( $r_0 = R - l_e$ ). Если же  $\tau_{an} v_a < 1$ , когда  $l_e \approx \Lambda$ , то толщина этой области оценивается по (18).

4) В центральной области «0»,  $r < r_0$ :

При  $\tau_{an} v_a > 1$  профили подобны и связаны соотношением (11), а изменение концентраций описывается согласно (12). При этом концентрации электронов (12) сшиваются с (9) при  $r = r_0 = R - l_e$ . Ионные же концентрации терпят скачок, причем концентрация отрицательных ионов падает практически до нуля (14), а положительных – до значения, равного электронной концентрации (9). Толщина переходной области ( $\sim l_n < l_e$ ) при  $\tau_{an} v_a > 1$  мала, и ее можно рассматривать как скачок ионной концентрации.

При  $\tau_{an} v_a < 1$  профили электронов плоские  $n_e(x) \approx n_{e0}$ , а ионов – параболические. Они связаны соотношением (17). При этом концентрации электронов сшиваются при  $r = r_0$ , положение которой можно оценить из (18).

Т. о., в работе рассмотрены основные закономерности (скейлинги), характеризующие пространственные распределения параметров плазмы электроотрицательных газов. Показано, что отличительной особенностью плазмы электроотрицательных газов является ее расслоение на области с различным ионным составом, причем во внешней области электрон-ионной плазмы («шкурке») отрицательных ионов практически нет. При низких давлениях, пока параметр  $\tau_{an} v_a < 1$ , имеет место больцмановское распределение не только электронов, но и отрицательных ионов. При этом во внутренней области реализуется плоский профиль электронов и параболический для ионов. В балансе ионов главную роль играют процессы переноса, поэтому учет возможного их нагрева драматически влияет на пространственное распределение заряженных частиц. При повышении давления ( $\tau_{an} v_a > 1$ ) в балансе отрицательных ионов доминируют объемные процессы и профили во внутренней области становятся подобными.

Автор выражает глубокую благодарность Л. Д. Цендину за стимулирующие обсуждения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Минобразования РФ № E02-3-452.

### Литература:

1. Fransis G. Ionization phenomena in gases. London. Butt. Sci. Publ., 1960.
2. Rozhansky A. V., Tsendin L. D.. Transport Phenomena in Partially Ionized Plasma. London and New York: Taylor&Francis. 2001. Рожанский А. В., Цендин Л. Д. Столкновительный перенос в частично-ионизованной плазме. М.: Энергоатомиздат 1988. 248 с.
3. Богданов Е. А., Кудрявцев А. А. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. № 21. С. 36.
4. Богданов Е. А., Колобов В. И., Кудрявцев А. А., Цендин Л. Д. // ЖТФ. 2002. Т. 72. № 8. С. 13.
5. Богданов Е. А., Кудрявцев А. А., Цендин Л. Д., Арсланбеков Р. Р., Колобов В. И., Кудрявцев В. В. // ЖТФ, 2003. Т. 73. № 9. С. 70.
6. Цендин Л. Д. // ЖТФ. 1985. Т. 55. № 12. С. 2318–2322; 1989. Т. 59. № 1. С. 21.
7. Ivanov V. V., Klopovsky K. S., Lopaev D. V., Rakhimov A. T., Rakhimova T. V. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1999. V. 27. P. 1279.

8. Ivanov V. V., Klopovsky K. S., Lopaev D. V., Rakhimov A. T., Rakhimova T. V. // Plasma Phys. Rept. 2000. V. 26. № 11. P. 970.
9. <http://www.cfdrc.com/~cfdplasma>.
10. Oskam H. J. // Philips Res. Repts. 1958. V. 13. P. 335.
11. Ferreira C. M., Gousset G., Touzeau M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1988. V. 21. № 3. P. 1403.
12. Daniels P. R., Franklin R. N., Snell J. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1989. V. 22. P. 780; 1990. V. 23. P. 823; 1993. V. 26. P. 1638.
13. Franklin R.N. // PSST. 2002. V. 11. P. 31.
14. Franklin R. N., Snell J. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1999. V. 32. P. 2190.
15. Franklin R. N. // J. Plasma Phys. 2000. V. 64. P. 131.
16. Tompson // Proc. Phys. Soc. 1959. V. 73. P. 818.
17. Lichtenberg J., Vahedi V., Lieberman M. A., Roglien T. // J. Appl. Phys. 1994. V. 75. P. 2339.
18. Lichtenberg J., Kouznetsov I. G., Lee T. D., Lieberman M. A., Kaganovich I. D., Tsendin L. D. // Plasma Sources Sci. Technol. 1997. V. 6. P. 437.
19. Kono A. // Appl. Surface Sci. 2002. V. 192. P. 115.