

## ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ ПО ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗОНДОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ

В. И. Сусун, О. В. Олещук

*Петрозаводский государственный университет*

Интерпретация зондовых характеристик предполагает достаточно медленное нарастание потенциала зонда, чтобы область возмущения плазмы зондом успевала перестраиваться за изменением напряжения (квазистатический режим). Однако интерес представляет и противоположный случай быстрого изменения потенциала зонда, когда квазинейтральная область не успевает следовать за изменением потенциала и соответствует среднему потенциалу зонда, а слой пространственного заряда, благодаря движению электронной компоненты, подстраивается под мгновенное значение потенциала зонда в соответствии с уравнением Пуассона. Амплитуда изменения зондового тока тогда будет определяться только концентрацией электронов вблизи границы слоя и не будет зависеть от условий на поверхности зонда (загрязнение, вторичная эмиссия, поверхностные диэлектрические слои). Кроме того, величина динамической части зондового тока может превышать статическую, что повышает чувствительность зондовых измерений.

Пусть зонд находится при отрицательном потенциале относительно плазмы, соответствующем области насыщения ионного тока. У зонда установится ионный слой с током:

$$j_0 = eNv_0, \quad (1)$$

где  $N$  – концентрация ионов на границе слоя,  $v_0 = \sqrt{\frac{k(T_e + T_i)}{M}} = \sqrt{\frac{kT}{M}}$  – ионно-звуковая скорость.

При достаточно больших размерах зонда или концентрации плазмы, когда область возмущения можно считать плоской, концентрация плазмы на границе определяется соотношением [1]:

$$N = N_0 (1 + a)^{-\frac{(1+a)}{2a}}, \quad (2)$$

где  $N_0$  – концентрация невозмущенной плазмы,  $a = \frac{v_{im} + z}{z + 1/\tau}$ ;  $v_{im}$  – частота ион-атомных столкновений,  $z$  – частота ионизации,  $\tau$  – постоянная деионизации плазмы при ее распаде.

Для стационарной плазмы низкого давления:  $v_{im} \rightarrow 0$ ,  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $a = 1$ ,  $N = N_0/2$ ; для распадающейся плазмы низкого давления:  $v_{im} \rightarrow 0$ ,  $z \rightarrow 0$ ,  $a \rightarrow 0$ ,  $N = 0,607N_0$ , и из (1) получаем формулу Бома. Для стационарной плазмы среднего и повышенного давления:  $N \approx N_0(a)^{-1/2}$ .

Для цилиндрической и сферической области возмущения, а также для плоской при наличии объемной рекомбинации концентрация  $N$  численно рассчитана в [1]. Результаты расчетов аппроксимированы приближенными аналитическими выражениями. Формула (2) сохраняет свой вид независимо от геометрии, при этом изменяется только параметр  $a$ . В плоском, сферическом и цилиндрическом случаях он определяется следующим образом:

$$a_{пл} \approx \frac{v_{im} + z}{z + 1/\tau} \left(1 - \frac{2b}{k + 1}\right)^{-1}, \quad a_{сф}^{-1} = a_{пл}^{-1} + y^{-2}, \quad a_{цил}^{-1} = a_{пл}^{-1} + y^{-2} \ln^{-2}(a_{пл}^{1/2} y^{-1} + 1,5),$$

где  $y = \frac{r_c(v_{im} + z)}{v_0} \approx \frac{r_c}{\lambda_i}$ ,  $b = \frac{\alpha_k N_0^{k-1}}{z + 1/\tau}$ ,  $\alpha_k$  – коэффициент объемной рекомбинации.

При отсутствии объемной рекомбинации  $\alpha_k = 0$  частоту ионизации  $z$  можно оценить по константе деионизации:

$$\tau = \frac{1}{z} = B \frac{RM}{k(T_e + T_i)} (3.7 \sqrt{\frac{k(T_e + T_i)}{M}} + v_{im} R),$$

где  $B = 4/\pi^2$  – для плоского слоя плазмы толщиной  $2R$  и  $B = 1/5.76$  для цилиндрического объема радиуса  $R$ .

### 1. Скачкообразная подача напряжения на зонд.

Рассмотрение проведем подобно работе [2] для обратных токов на анод. Вследствие того, что в цепи зонда всегда имеется индуктивность, напряжение на зонде подчиняется уравнению:

$$U_m = U + L \frac{di}{dt} = U + LS \frac{dj}{dt}. \quad (3)$$

В максимуме тока  $\frac{dj}{dt} = 0$ ;  $U = U_m$ .

Сначала рассмотрим случай достаточно медленного нарастания напряжения на зонде, когда условия, соответствующие закону «3/2», успевают установиться.

При приложении дополнительного, зависящего от времени отрицательного потенциала ток на зонд будет равен:

$$j = eNv_0 + eN \frac{d\delta}{dt}, \quad (4)$$

где  $\delta$  – толщина слоя пространственного заряда. При выполнении закона «3/2»

$$\delta = \frac{AU^{3/4}}{j^{1/2}}; \quad A = \frac{2}{3} \left( \frac{\epsilon_0^2 2e}{M} \right)^{1/4}. \quad (5)$$

Закон «3/2» выполняется, если  $\frac{d\delta}{dt} \ll \frac{\delta}{\Delta t}$ , где  $\Delta t = 3\delta \sqrt{\frac{M}{2eU}}$  – время пролета ионом слоя.

Тогда:

$$\frac{j}{j_0} - 1 = \frac{d\delta}{v_0 dt} \ll \frac{1}{3} (2\varphi)^{1/2}, \quad (6)$$

где  $\varphi = \frac{eU}{kT} = \frac{eU}{Mv_0^2}$ ,  $j - j_0 \ll \frac{eN}{3} \cdot \sqrt{\frac{2eU}{M}}$ .

Проинтегрировав выражение (4) по времени от нуля до максимума тока, получаем:

$$\int_0^{t_m} (j - j_0) dt = eN(\delta - \delta_0) \approx eN\delta = \frac{eNA U_m^{3/4}}{j_m^{1/2}} = \frac{eN}{j_m^{1/2}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{\epsilon_0^2 2e}{M} \right)^{1/4} U_m^{3/4}.$$

Численные расчеты зависимости тока от времени показывают, что форма тока близка к синусоидальной со значением

$$\int_0^{t_m} (j - j_0) dt \approx (j_m - j_0) \frac{2}{\pi} t_m.$$

Тогда для концентрации получаем следующее соотношение:

$$N = \frac{j_m^{1/2} \int_0^{t_m} (j - j_0) dt}{e \frac{2}{3} \left( \frac{\varepsilon_0^2 2e}{M} \right)^{1/4} U_m^{3/4}} \approx \frac{3 j_m^{1/2} (j_m - j_0) t_m}{\pi e \left( \frac{2\varepsilon_0^2 e}{M} \right)^{1/4} U_m^{3/4}} =$$

$$\frac{1,7 \cdot 10^{16} t_m (\text{мкс}) A_i^{1/4} j_m^{3/4} (j_m - j_0) (A / \text{см}^2)}{U_m^{3/4} (\text{В})},$$

0000

где  $A_i$  – атомный вес иона. Для получения зависимости тока от времени необходимо совместно решить уравнения (3), (4) и (5). Подстановка (4) в (3) дает:

$$U_m = SL e N \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\delta^{4/3}}{A^{4/3}} \cdot \left( j_0 + eN \frac{d\delta}{dt} \right)^{4/3}. \quad (8)$$

Заменой переменных это уравнение приводится к безразмерному виду:

$$\frac{dy}{dt'} = 1 - C^{4/3} (1 + y)^{2/3} \left( \int_0^{t'} y dt' \right),$$

где  $y = \frac{j}{j_0} - 1$ ,  $t' = \frac{t}{\tau_0}$ ,  $\tau_0 = \frac{L j_0 S}{U_m}$ ,  $C = \frac{\tau_0 V_0}{\delta_\infty}$ ,  $\delta_\infty = \frac{A U_m^{3/4}}{j_0^{1/2}}$ .

Решение уравнения (8) при различных значениях параметра  $C$  приведены на рис. 1, а.

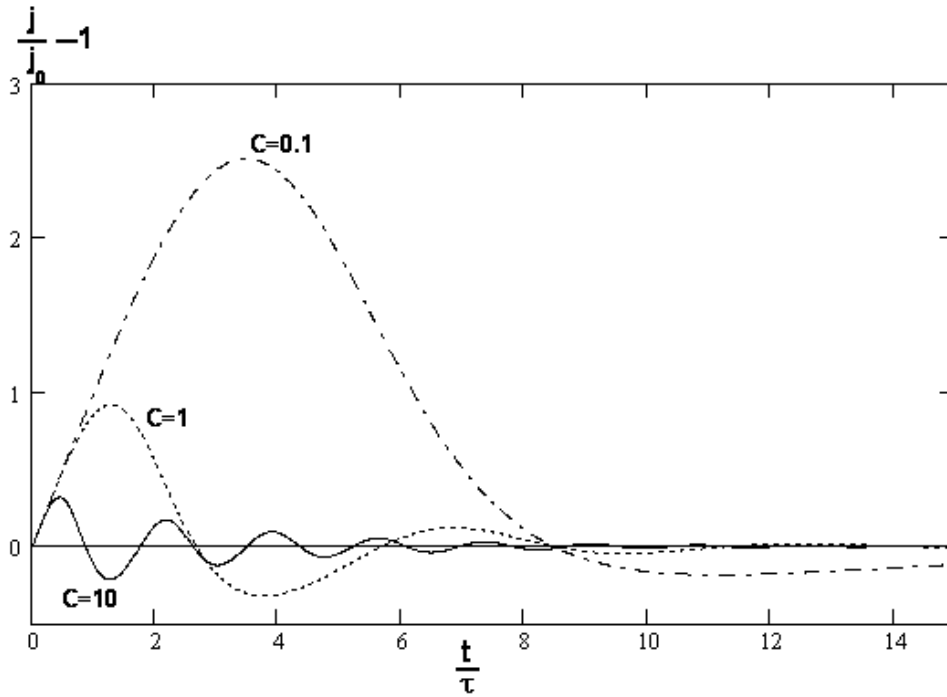


Рис. 1-а

Применимость закона «3/2» определяется выражением (6).

Рассмотрим процесс быстрого установления напряжения за время менее времени пролета ионом слоя. В этом случае концентрация ионов в слое постоянна. Считая слой тонким по сравнению с размером электрода, будем иметь:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\frac{eN}{\epsilon_0}; \quad E = \frac{eN}{\epsilon_0} x; \quad U = \frac{eN}{\epsilon_0} \frac{x^2}{2}; \quad \delta = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 U}{eN}}; \quad (9)$$

$$j - j_0 = eN \frac{d\delta}{dt} = (2eN\epsilon_0)^{1/2} \frac{dU^{1/2}}{dt};$$

$$\int_0^t (j - j_0) dt = (2eN\epsilon_0)^{1/2} U^{1/2}; \quad (10)$$

$$N = \frac{\left( \int_0^{t_m} (j - j_0) dt \right)^2}{2e\epsilon_0 U_m} \approx \frac{2}{\pi^2} \frac{(j_m - j_0)^2 t_m^2}{e\epsilon_0 U_m} = \frac{1.4 \cdot 10^{19} t_m^2 (\text{мкс})(j - j_0)^2 (\text{А/см}^2)}{U(\text{В})}. \quad (11)$$

Временная зависимость тока определяется уравнением:

$$U_m = U + LS \frac{dj}{dt} = \frac{eN\delta^2}{2\epsilon_0} + LSeN \frac{d^2\delta}{dt^2}.$$

В безразмерном виде уравнение имеет вид

$$\frac{dy}{dt'} = 1 - c^2 \left( \int_0^{t_m} y dt' \right)^2, \quad (12)$$

где  $C = \frac{v_0 \tau}{\delta_m}$ ,  $\delta_m = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 U_m}{eN}}$ ,  $y = \frac{j}{j_0} - 1$ ,  $t' = \frac{t}{\tau}$ ,  $\tau = \frac{LSj_0}{U_m}$ .

Численное решение уравнения (12) приведено на рис. 1, б.

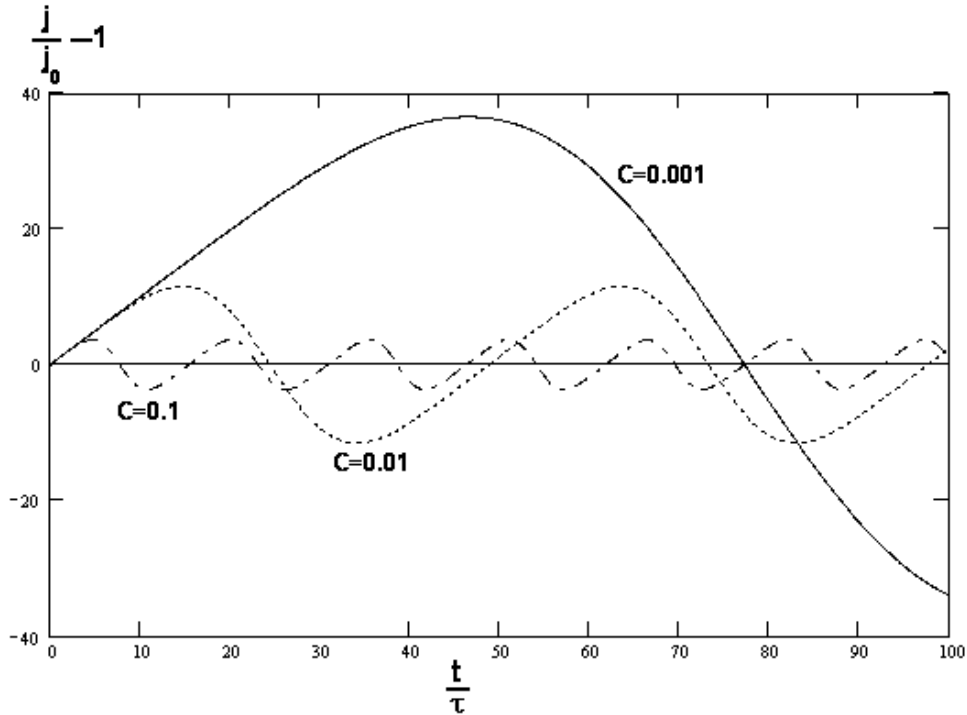


Рис. 1-б

Применимость приближения определяется обратным неравенством (6). Объединяя формулы (7,11) аналогично работе [2] для общего случая быстрого нарастания напряжения на зонде получим:

$$N = \frac{1,7 \cdot 10^{16} t_m j_m^{1/2} (j_m - j_0) A_i^{1/4}}{U_m^{3/4} \left[ 1 + \frac{9,2 \cdot 10^{19} j^{3/2} A_i^{3/4}}{U_m^{3/4} N^{3/2}} \right]^{1/3}} = \frac{3 t_m j_m^{1/2} (j_m - j_0) M^{1/4}}{\pi e (2e\epsilon_0^2)^{1/4} U_m^{3/4} \left( 1 + \frac{27 j_m^{3/2} M^{3/4}}{(2e)^{3/4} U_m^{3/4}} \right)} \quad (13)$$

Видно, что индуктивность не входит в выражение для концентрации т.к. поскольку увеличение длительности времени  $t_m$  одновременно уменьшает  $j_m$ .

## 2. Синусоидальная форма напряжения на зонде.

Использование синусоидального напряжения в зондовой диагностике имеет неоспоримое преимущество, его легко генерировать и удобно выделять из помех. Напряжение на зонде в этом случае имеет вид

$$U = U_0 + U_m \sin \omega t ; \quad \frac{dU}{dt} = U_m \omega \cos \omega t . \quad (14)$$

При выполнении закона «3/2» можно записать:

$$j - j_0 = eN \frac{d\delta}{dt} = eN \left( \frac{3A}{4U^{1/4} j^{1/2}} \frac{dU}{dt} - \frac{AU^{3/4}}{2j^{3/2}} \frac{dj}{dt} \right), \quad (15)$$

$$\frac{dj}{dt} = \frac{3U_m \omega \cos(\omega t)}{2(U_0 + U_m \sin(\omega t))} j - \frac{(j - j_0) 2j^{3/2}}{eNA(U_0 + U_m \sin(\omega t))^{3/4}}. \quad (16)$$

Введем безразмерные переменные:

$$t' = \omega t, \quad j' = \frac{j}{j_0}, \quad C = \frac{2j_0^{3/2}}{\omega eNAU_0^{3/4}} = \frac{2v_0}{\omega \delta_0}. \quad (17)$$

Тогда уравнение (16) запишется в виде:

$$\frac{dj'}{dt} = \frac{3j' \cos t' U_m / U_0}{2(1 + U_m / U_0 \sin t')} - \frac{j'^{3/2} (j' - 1) C}{(1 + U_m / U_0 \sin t')^{3/4}}. \quad (18)$$

Применимость закона «3/2» можно определить несколько иначе. При отрицательном переменном напряжении на зонде обратное движение слоя ограничено скоростью ионов из плазмы в слой  $v_0$ , которая меньше средней скорости ионов в слое

$$\frac{d\delta}{dt} \ll v_0, \quad j - j_0 \ll j_0, \quad (19).$$

Тогда параметр  $C$  ограничивается неравенством

$$C \gg 1. \quad (20)$$

Уравнение (18) при  $U_m/U_0 \ll 1$ , и  $j - j_0 \ll j_0$  приводится к виду

$$\frac{d(j' - 1)}{dt} = \frac{3}{2} \frac{U_m}{U_0} \cos t' - (j' - 1) C, \quad (21)$$

с решением

$$j' - 1 = \frac{3}{2} \frac{U_m}{U_0} \frac{\sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{C^2 + 1}}; \quad \text{tg} \varphi = C. \quad (22)$$

При  $C \gg 1$ , что соответствует условию выполнимости закона «3/2», из (22) будем иметь:

$$\frac{j}{j_0} - 1 = \frac{3}{2} \frac{U_m}{CU_0} \cos \omega t, \quad (23)$$

$$j_m - j_0 = \frac{(\epsilon_0 eN)^{1/2} \omega U_m}{2U_0^{1/2}} \left( \frac{2eU_0}{kT} \right)^{1/4}. \quad (24)$$

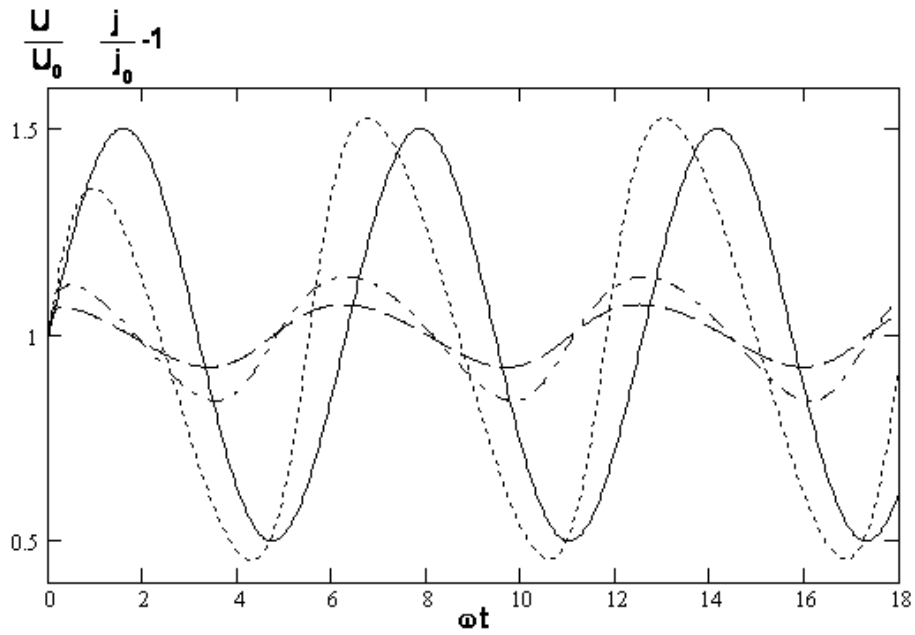


Рис. 2. Сплошная линия – напряжение, штриховая – ток при  $C = 10$ , штрихпунктирная –  $C = 5$ , точечная –  $C = 1$

На рис. 2 приведено численное решение уравнения (18), которое показывает, что даже при достаточно больших значениях  $U_m/U_0 = 0.5$ , решения (23) и (24) выполняются с большой точностью.

При синусоидальном сигнале с большой частотой концентрация ионов не успевает измениться и соответствует закону «3/2» для среднего потенциала зонда  $U_0$  внутри слоя и постоянна за пределом  $\delta_0$ . Пусть « $x$ » – отклонение границы слоя от среднего значения. При  $U_m \ll U_0$ ,  $x \ll \delta_0$  и можно положить

$$U_a \approx U_0 + \frac{\delta_0}{\epsilon_0} \int_0^x eN(x') dx' . \quad (25)$$

Производная для этого выражения равна

$$\frac{dU_a}{dt} = \frac{dU_a}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{\delta_0}{\epsilon_0} eN(x) \frac{dx}{dt} = \frac{\delta_0}{\epsilon_0} (j - j_0) . \quad (26)$$

Последнее выражение верно как при  $x > 0$ , так и при  $x < 0$ . При синусоидальной форме напряжения (14), будем иметь

$$j - j_0 = \frac{\epsilon_0 \omega U_m \cos \omega t}{\delta_0} = \frac{3}{2} \frac{(eN\epsilon_0)^{1/2} \omega U_m \cos \omega t}{\left(\frac{2eU_0}{kT}\right)^{1/4} U_0^{1/2}} ,$$

$$N_0 = \frac{(j - j_0)^2 \left(\frac{2eU_0}{kT}\right)^{1/2} U_0}{9\pi^2 f^2 e\epsilon_0 U_m^2} . \quad (27)$$

Таким образом, слой представляет собой конденсатор с емкостью

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\delta_0},$$

где  $S$  – площадь слоя. Выражение (27) совпадает с (24) при  $(2eU_0/kT) = 9$ , что позволяет в этом случае не определять область применимости. Тогда

$$N = \frac{(j - j_0)^2 U_0}{3e\pi^2 \varepsilon_0 f^2 U_m^2} = 2.4 \cdot 10^{18} \frac{(j - j_0)^2 U_0}{f^2 U_m^2} (\text{см}^{-3}),$$

где ток в  $\text{А/см}^2$ , напряжение в В, а частота в МГц,

#### **Литература:**

1. Сысун В. И. Ионный ток на зонд при промежуточных давлениях и область возмущения плазмы зондом // Физика плазмы. 1978. Т. 4. Вып. 4. С. 931–937.
2. Олещук О. В., Сысун В. И., Хромой Ю. Д. Обратные токи в ионных приборах при быстром изменении напряжения. // Электронная техника. Сер. 4. Электровакуумные и газоразрядные приборы. 1977. Вып. 1. С. 92–103.